

Calcul sur les fractions

Fractions égales

On obtient une fraction égale en multipliant (ou en divisant) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul : pour tous nombres a, b, k (avec b et k non nuls)

$$\bullet \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

$$\bullet \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemple : simplification de fractions

$$\bullet \frac{25}{75} = \frac{25 \div 25}{75 \div 25} = \frac{1}{3} \quad \bullet \frac{35}{42} = \frac{35 \div 7}{42 \div 7} = \frac{5}{6}$$

Position du signe "-"

Pour tous nombres entiers a et b (avec $b \neq 0$) on a $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

Addition, soustraction

Pour tous nombres entiers a, b, c ($c \neq 0$), on a : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples : les deux fractions ont le même dénominateur

$$\bullet \frac{5}{7} + \frac{8}{7} = \frac{5+8}{7} = \frac{13}{7} \quad \bullet \frac{15}{11} - \frac{8}{11} = \frac{15-8}{11} = \frac{7}{11}$$

Exemples : les deux fractions n'ont pas le même dénominateur

On commence alors par réduire les deux fractions au même dénominateur :

$$\bullet \frac{5}{6} + \frac{7}{3} = \frac{5}{6} + \frac{14}{6} = \frac{19}{6} \quad \bullet \frac{5}{6} - \frac{7}{8} = \frac{20}{24} - \frac{21}{24} = \frac{-1}{24}$$

Multiplication

Pour tous nombres entiers a, b, c et d (avec $b, d \neq 0$), on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemples :

$$\bullet 5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{1 \times 3} = \frac{10}{3} \quad \bullet \frac{5}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{5 \times 7}{4 \times 3} = \frac{35}{12}$$

$$\bullet \text{Simplifiez avant d'effectuer les produits : } \frac{15}{11} \times \frac{33}{25} = \frac{15 \times 33}{11 \times 25} = \frac{5 \times 3 \times 11 \times 3}{11 \times 5 \times 5} = \frac{9}{5}$$

Inverse, division

Soient a, b, c et d quatre nombres entiers (avec $b, c, d \neq 0$) :

• L'**inverse** de la fraction $\frac{c}{d}$ est $\frac{d}{c}$

• Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemples :

$$\bullet 5 \div \frac{2}{3} = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \quad \bullet \frac{5}{4} \div 3 = \frac{5}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

$$\bullet \frac{4}{15} \div \frac{12}{35} = \frac{4}{15} \times \frac{35}{12} = \frac{4 \times 35}{15 \times 12} = \frac{4 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 3 \times 4} = \frac{7}{3 \times 3} = \frac{7}{9}$$