

# CALCUL SUR LES PUISSANCES

## Définitions

Soit  $n$  un entier naturel, soit  $a$  un nombre non nul quelconque : alors on définit

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}} \quad (\text{On pose } a^0 = 1)$$

**Exemples :** •  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$  •  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$  •  $2^{10} = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{10 \text{ facteurs}} = 1024$

## Cas particulier : les puissances de 10

Si  $n$  est un nombre entier positif,  $10^n = \underbrace{100\dots0}_{n \text{ zéros}}$  et  $10^{-n} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ zéros}}$

**Exemples :** •  $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$  •  $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001$

## Opérations sur les puissances

Si  $a$  est un nombre non nul quelconque,  $n$  et  $p$  deux nombres entiers (positifs ou négatifs) :

**Multiplication :**  $a^n \times a^p = a^{n+p}$       **Inverse :**  $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

**Division :**  $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$       **Exponentiation :**  $(a^n)^p = a^{n \times p}$

**Exemple :**  $\frac{(7^4)^2 \times 7^{-2}}{7^4} = \frac{7^{4 \times 2} \times 7^{-2}}{7^4} = \frac{7^8 \times 7^{-2}}{7^4} = \frac{7^{8-2}}{7^4} = \frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2 = 49$

## Propriétés

Si  $a$  et  $b$  sont des nombres non nul quelconque,  $n$  un nombre entier (positif ou négatif) :  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$       et       $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

**Exemples :** •  $20^4 = (2 \times 10)^4 = 2^4 \times 10^4 = 16 \times 1000 = 16\,000$  •  $\left(\frac{-3}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8}$

## Ecriture scientifique

Tout nombre décimal peut s'écrire de manière unique sous la forme  $a \times 10^n$ , où  $a$  est un nombre décimal compris entre 1 et 10 (10 exclus), et où  $n$  est un nombre entier relatif.

**Exemples :** •  $752\,000 = 7,52 \times 10^5$  •  $0,0051 = 5,1 \times 10^{-3}$  •  $21 \times 10^3 = 2,1 \times 10^4$

## Un exercice-type :

Donner l'écriture décimale et scientifique du nombre  $A = \frac{70 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-5}}{2,8 \times 10^{-4}}$

$$A = \frac{70 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-5}}{2,8 \times 10^{-4}} = \frac{70 \times 2}{2,8} \times \frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^{-4}} = \frac{140}{2,8} \times \frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 50 \times 10^2 = 5000 = 5 \times 10^3$$